کدکنترل

222

A

یک‌شنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۷

دوپینگ ماز کنکور ۱۴۰۳

گروه آموزشی ماز

دورهٔ جمع‌بندی دوپینگ ماز

گروه آزمایشی علوم تجربی

دفترچهٔ پاسخ فیزیک

(فصل ۱ دوازدهم)

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده سعید احمدی	کامران ابراهیمی سجاد صادقی‌زاده علی محمودی	محمدجواد سورچی پویا هدایتی

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش(الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

AzmonVIP

اهمیت مباحث این آزمون در کنکور...

فیزیک دوازدهم خودش به‌تنهایی نصف سؤالای فیزیک کنکورتون رو شامل می‌شه، پس حتماً فیزیک دوازدهم رو جدی بگیرید! توی این آزمون تست‌های خوبی از فصل «حرکت‌شناسی» براتون آماده کردیم که بدون اغراق می‌شه گفت همهٔ مباحث مهم این فصل رو پوشش داده و کلی می‌تونه برای یادگیری و مرور کمکتون کنه.
قبل از بررسی سؤالات آزمون، بهتره که یکم با فصل «حرکت‌شناسی» که اولین فصل فیزیک دوازدهمه آشنا بشیم.

فصل ۱ فیزیک دوازدهم

۱- مباحث اصلی این فصل چیا هستن؟

این فصل هم طولانیه و مباحث زیادی داره و هم این‌که مباحثش به‌راحتی با همدیگه و با فصلای دیگه (مثل کار و انرژی یا دینامیک) ترکیب می‌شن و اگه بخوایم مباحث رو تیتروار بهتون بگیم، به نمودار زیر می‌رسیم.

حرکت‌شناسی
- مفاهیم اولیهٔ حرکت مثل مسافت، جابه‌جایی، تندی و سرعت
- حرکت با سرعت ثابت روی خط راست
- حرکت با شتاب ثابت روی خط راست
- انواع نمودارهای حرکت
- بررسی حرکت دو جسم
- بررسی حرکت دو یا چند مرحله‌ای
- حرکت در دو یا سه بُعد

بچه‌ها حواستون باشه که همیشه امکان طرح تست‌های جدید و نوآورانه توی این فصل وجود داره و ممکنه شما سر جلسهٔ کنکور با تست‌های چالش‌برانگیزی از فصل «حرکت‌شناسی» روبه‌رو بشین، پس نیازه خیلی خوب مسلط بشین روی این فصل و تعداد تست‌های زیادی از اون حل کنین!

۲- توی کنکورهای اخیر چند سؤال از این فصل اومده؟

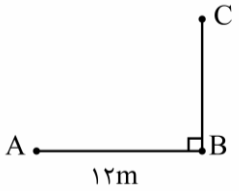
توی جدول زیر، تعداد سؤالاتی که از این فصل توی کنکور اومده رو براتون آوردیم. همون‌طور که می‌بینید، معمولاً انتظار اومدن ۴ تست رو از این فصل داریم.

سال / رشته	۱۳۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲ (نوبت اول)	۱۴۰۲ (نوبت دوم)
تجربی	۳	۴	۴	۴	۴
ریاضی	۵	۴	۵	۴	۴

www.biomaze.ir

AzmonVIP

۱- متحرکی مطابق شکل زیر در مدت ۲ ثانیه از نقطهٔ A به نقطهٔ B رفته و سپس در مدت ۳ ثانیه از B به C می‌رود. اگر اندازهٔ سرعت متوسط در کل حرکت $۲/۶\frac{m}{s}$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ، طول BC چند متر بوده و تندی متوسط متحرک در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

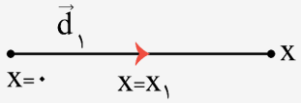


۱) ۵ و ۳
۲) ۱ و ۳
۳) ۱ و ۳/۴
۴) ۵ و ۳/۴

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

بردار مکان

برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان، در آن لحظه نامیده می‌شود.



$$\vec{d}_۱ = x_۱ \vec{i}$$

نکته:

اگر $x_۱ > ۰$ باشد نشان می‌دهد مکان جسم در سمت راست مبدأ محور است و اگر $x_۱ < ۰$ باشد نشان می‌دهد مکان جسم در سمت چپ مبدأ محور است.

جابه‌جایی

هرگاه بردار مکان جسم تغییر کند می‌گویند جسم جابه‌جا شده است؛ در این صورت پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی وصل می‌کند بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود.

$$\vec{d} = (\Delta x)\vec{i} = (x_۲ - x_۱)\vec{i}$$

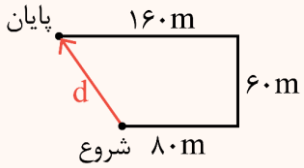
مسافت طی‌شده

طول مسیر پیموده‌شده توسط جسم را مسافت می‌نامند و با L نشان می‌دهند. مسافت، کمیت نرده‌ای و همواره مثبت است.

مثال:

پرنده‌ای از لانه‌اش به پرواز درآمده. ابتدا ۸۰ متر به سمت شرق و سپس ۶۰ متر به سمت بالا پرواز کرده و در ادامه ۱۶۰ متر به سمت غرب می‌رود. اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط پرنده چند متر است؟

پاسخ:



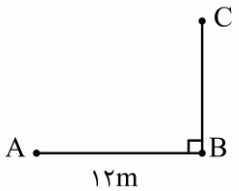
$$L = ۸۰ + ۶۰ + ۱۶۰ = ۳۰۰(m) \text{ (مسافت طی‌شده)}$$

$$d = \sqrt{(۱۶۰-۸۰)^۲ + (۶۰)^۲} = \sqrt{۱۰۰۰۰} \Rightarrow d = ۱۰۰(m)$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

با استفاده از سرعت متوسط، طول مسیر AC را به‌دست می‌آوریم:



$$\left|\vec{v}_{av_{کل}}\right| = \frac{\left|\vec{d}_{کل}\right|}{\Delta t_{کل}} = \frac{AC}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow ۲/۶\left(\frac{m}{s}\right) = \frac{AC}{۲+۳} = \frac{AC}{۵} \Rightarrow AC = ۱۳(m)$$

گام آخر:

طول مسیر BC و تندی متوسط برابر است با:

$$AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \Rightarrow ۱۳^۲ = ۱۲^۲ + BC^۲ \Rightarrow BC = ۵m$$

$$s_{av_{کل}} = \frac{L_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{AB+BC}{\Delta t_{کل}} = \frac{۱۲+۵}{۵} \Rightarrow s_{av_{کل}} = ۳/۴\frac{m}{s}$$

۲- متحرکی روی خط راست بدون تغییر جهت، مسافت L را طی می‌کند. اگر α درصد مسیر را با تندی متوسط $۷۲\frac{km}{h}$ و بقیهٔ مسیر را با تندی متوسط $۳۶\frac{km}{h}$ طی کند، تندی متوسط آن در کل مسیر $۱۲/۵\frac{m}{s}$ خواهد شد. α کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تندی متوسط و سرعت متوسط

اگر متحرکی در مدت‌زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و مسافت طی‌شده و بردار جابه‌جایی بین این دو مکان را به‌ترتیب با L و $\vec{d}$ نشان دهیم داریم:

سرعت متوسط: $\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}}{\Delta t}$ تندی متوسط: $s_{av}=\frac{L}{\Delta t}$

یکای SI آن‌ها متر بر ثانیه است $(\frac{m}{s})$ که می‌توان برحسب یکاهای دلخواه دیگری مانند کیلومتر بر ساعت نیز بیان کرد.

نکته:

تبدیل کیلومتر بر ساعت به متر بر ثانیه:

$$\frac{km}{h}\div ۳/۶=\frac{m}{s}$$

نکته:

تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار جابه‌جایی است.

مثال:

متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_۰=-۴۰m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_۱=۶s$ به مکان $x_۱=۱۰۰m$ می‌رسد و درنهایت در لحظهٔ $t_۲=۱۰s$ از مکان $x_۲=۲۰m$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در SI در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

۱) ۲۲ ۲) ۱۴ ۳) ۶ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۳

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۲۰-(-۴۰)}{۱۰}=\frac{۶۰}{۱۰}=۶\left(\frac{m}{s}\right)$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطهٔ تندی متوسط می‌توانیم بنویسیم:

$$s_{av_{کل}}=\frac{L}{\Delta t_{کل}}=\frac{L}{\Delta t_۱+\Delta t_۲}$$

که $\Delta t_۱$ مدت‌زمان طی کردن α درصد مسیر با تندی متوسط $۷۲\frac{km}{h}$ یا $۲۰\frac{m}{s}$ و $\Delta t_۲$ مدت‌زمان طی کردن $(۱۰۰-\alpha)$ درصد بقیه مسیر با تندی متوسط $۳۶\frac{km}{h}$ یا $۱۰\frac{m}{s}$ است، پس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}۲۰=\dfrac{\frac{\alpha}{۱۰۰}L}{\Delta t_۱}\\[2ex] ۱۰=\dfrac{\frac{(۱۰۰-\alpha)}{۱۰۰}L}{\Delta t_۲}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_۱=\dfrac{\alpha L}{۲۰۰۰}\\[2ex]\Delta t_۲=\dfrac{(۱۰۰-\alpha)L}{۱۰۰۰}\end{cases}$$

پس خواهیم داشت:

$$۱۲/۵=\frac{L}{\frac{\alpha L}{۲۰۰۰}+\frac{(۱۰۰-\alpha)L}{۱۰۰۰}}=\frac{۲۰۰۰}{\alpha+۲(۱۰۰-\alpha)}$$

$$\Rightarrow ۱۲/۵(۲۰۰-\alpha)=۲۰۰۰\Rightarrow ۲۰۰-\alpha=۱۶۰$$

$$\Rightarrow \alpha=۴۰$$

۳- معادلهٔ مکان-زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x=t^{۲}-۵$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر ثانیه با تندی متوسط آن در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت اختلاف دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۹ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

معادلهٔ مکان-زمان

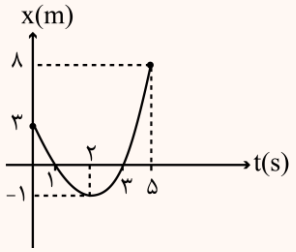
رابطه‌ای که مکان متحرک را روی محور x در هر لحظهٔ (t) نشان می‌دهد معادلهٔ مکان-زمان نامیده می‌شود:

$$\text{مکان} \leftarrow x=f(\overset{\text{زمان}}{t})$$

مثال:

معادلهٔ مکان-زمان متحرکی که بر محور x حرکت می‌کند به‌صورت $x=t^{۲}-۴t+۳$ است. اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط آن در ۵ ثانیهٔ نخست حرکت چند $\frac{m}{s}$ است؟

پاسخ:



$$\begin{cases} t_۱=۰ \Rightarrow x_۱=۳ \\ t_۲=۵ \Rightarrow x_۲=۸ \end{cases} \qquad |v_{av}|=\left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right|=\left|\frac{۸-۳}{۵}\right|=۱\frac{m}{s}$$

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۴+۹}{۵}=\frac{۱۳}{۵}=۲/۶\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

سه ثانیهٔ دوم حرکت یعنی از $t_۱=۳s$ تا $t_۲=۶s$؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} t_۱=۳s \\ t_۲=۶s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_۱=۹-۵=۴m \\ x_۲=۳۶-۵=۳۱m \end{cases}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۳۱-۴}{۶-۳}=\frac{۲۷}{۳} \Rightarrow v_{av}=۹\frac{m}{s}$$

گام آخر:

متحرک بدون تغییر جهت روی خط راست حرکت می‌کند؛ بنابراین در ۲ ثانیهٔ سوم $(۴s<t<۶s)$، تندی متوسط هم‌اندازهٔ سرعت متوسط است و داریم:

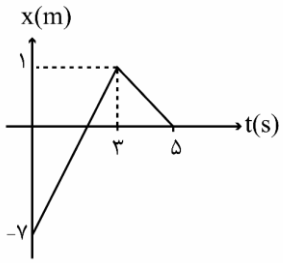
$$\begin{cases} t_۱=۴s \\ t_۲=۶s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_۱=۴^{۲}-۵=۱۱m \\ x_۲=۶^{۲}-۵=۳۱m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۳۱-۱۱}{۶-۴}=\frac{۲۰}{۲} \Rightarrow v_{av}=۱۰\frac{m}{s}$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم، $۱\frac{m}{s}$ کم‌تر از تندی متوسط در ۲ ثانیهٔ سوم است.

گروه آموزشی ماز

۴- با توجه به نمودار مکان-زمان رسم‌شده، اندازهٔ بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند متر می‌باشد؟



۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱
۴) ۷

www.biomaze.ir

AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نمودار مکان-زمان

برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان-زمان استفاده کرد. این نمودار از وصل کردن نقاطی که مربوط به زمان‌ها و مکان‌های متحرک است تشکیل می‌شود. نمودار مکان-زمان، نمودار یک تابع است.

نکات مربوط به نمودار مکان-زمان:

۱- لحظهٔ برخورد نمودار با محور t ، لحظه‌ای است که متحرک در مبدأ مکان قرار دارد.

۲- نقطه شروع نمودار، x_0 یا مکان آغازین حرکت متحرک است.

۳- در بازهٔ زمانی که نمودار صعودی است متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۴- در بازهٔ زمانی که نمودار نزولی است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.

۵- در لحظه‌ای که نمودار بیشینه یا کمینه است جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

۶- در بازهٔ زمانی که نمودار، خط صاف افقی است متحرک ایستاده است.

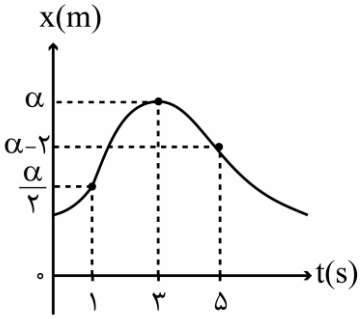
پاسخ تشریحی:

مبدأ حرکت جسم $x_0 = -7\,m$ است که متحرک در لحظهٔ $t = 3\,s$ بیش‌ترین فاصله را از مبدأ حرکت دارد که مقدار آن برابر است با:

$$1-(-7) = 8\ m$$

گروه آموزشی ماز

۵- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است و سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$، ۲- برابر سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_2 = 3\,s$ تا $t_3 = 5\,s$ است. α چند متر است؟



۱) ۱۲

۲) ۶

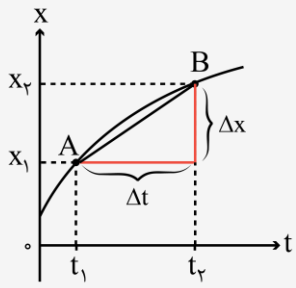
۳) ۱۶

۴) ۸

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان-زمان

در نمودار شکل زیر نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی است که دو نقطهٔ A و B را به‌هم وصل می‌کند. این نسبت برابر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که:



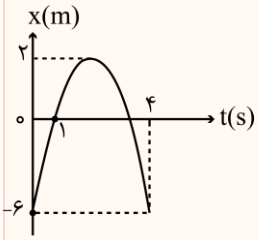
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{شیب خط } AB$$

نکته:

با تعیین شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار $x - t$ می‌توان بدون محاسبهٔ v_{av} ، علامت مثبت یا منفی بودن سرعت متوسط را تشخیص داد.

مثال:

نمودار مکان-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۲-
۳) ۶
۴) ۶-

پاسخ: گزینهٔ ۲

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-6-0}{4-1} = \frac{-6}{3} = -2\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که سرعت متوسط در بازهٔ $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 3\,s$، ۲- برابر سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_2 = 3\,s$ تا $t_3 = 5\,s$ است، می‌توان نوشت:

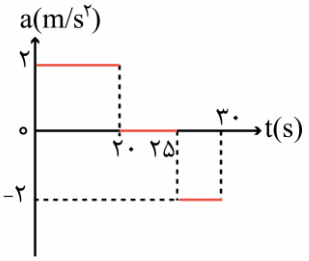
$$v_{av[1,3]} = -2v_{av[3,5]}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha - \frac{\alpha}{2}}{3-1} = -2\frac{(\alpha-2)-\alpha}{5-3}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = -2(-2) = 4 \Rightarrow \alpha = 8\,m$$

گروه آموزشی ماز

۶- **نمودار شتاب-زمان متحرکی که از حال سکون بر روی محور x ها شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در ۳۰ ثانیهٔ نخست حرکت چند متر بر ثانیه است؟**



۱) $\frac{155}{6}$
۲) $\frac{145}{6}$
۳) ۲۵
۴) ۳۰

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نکات مربوط به نمودار سرعت-زمان:

۱- لحظهٔ برخورد نمودار با محور t لحظهٔ توقف متحرک است.

۲- نقطهٔ شروع نمودار، v_0 یا سرعت اولیهٔ متحرک است.

۳- در بازهٔ زمانی که نمودار بالای محور t است $(v > 0)$، حرکت در جهت مثبت محور x است.

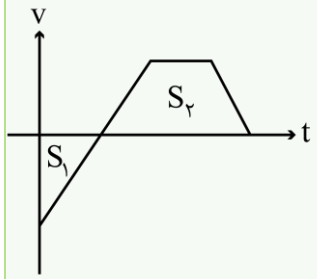
۴- در بازهٔ زمانی که نمودار پایین محور t است $(v < 0)$، حرکت در خلاف جهت مثبت محور x است.

۵- در بازهٔ زمانی که نمودار صعودی است، شتاب مثبت $(a > 0)$ و اگر نمودار نزولی باشد، شتاب منفی $(a < 0)$ است.

۶- در لحظه‌ای که نمودار بیشینه یا کمینه است، شتاب حرکت صفر $(a = 0)$ است.

۷- مساحت سطح زیر نمودار برابر جابه‌جایی متحرک در هر بازهٔ زمانی است.

۸- قدر مطلق مساحت زیر نمودار برابر مسافت طی‌شده در هر بازهٔ زمانی است.



$$\Delta x = S_2 - S_1$$

$$L = S_2 + S_1$$

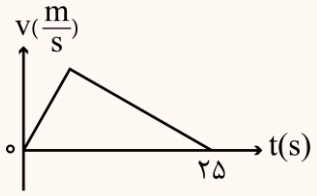
www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکته:

در بسیاری از سؤالات که نمودار شتاب-زمان به ما داده می‌شود، می‌توانیم نمودار سرعت-زمان را رسم کنیم و با کمک نکات مربوط به آن به سؤال پاسخ دهیم.

مثال:

نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است به‌صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این $۲۵(s)$ برابر $۱۰\frac{m}{s}$ باشد، بیشینهٔ سرعت متحرک در ضمن حرکت چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی ۹۸)



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۱
۴) ۵۰

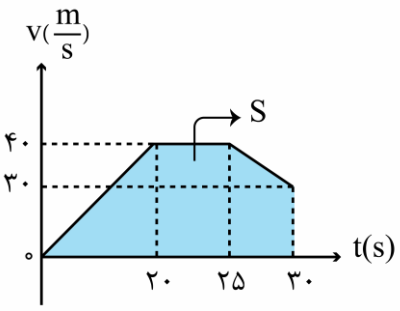
پاسخ: گزینهٔ ۱

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S}{\Delta t}\Rightarrow ۱۰=\frac{\frac{v_{max}\times ۲۵}{۲}}{۲۵}$$

$$\Rightarrow v_{max}=۲۰\frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار شتاب-زمان داده‌شده و $v_۰=۰$ اشاره‌شده در سؤال، نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{S}{۳۰}\qquad (۱)$$

$$\Delta x=S=\left(\frac{۲۰\times ۴۰}{۲}\right)+(۵\times ۴۰)+\frac{\overbrace{(۴۰+۳۰)}^{۷۰}\times ۵}{۲}$$

$$\Rightarrow \Delta x=۴۰۰+۲۰۰+۱۷۵=۷۷۵\,m\qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} v_{av}=\frac{۷۷۵}{۳۰}=\frac{۱۵۵}{۶}\frac{m}{s}$$

اگر...

اگر تندی متوسط را در ۳۰ ثانیهٔ اول می‌خواستیم، پاسخ چه بود؟

پاسخ:

با توجه به نمودار سرعت-زمان رسم‌شده، سرعت متحرک همواره مثبت است و بدون تغییر جهت، در جهت محور x حرکت می‌کند؛ بنابراین تندی متوسط آن هم‌اندازهٔ سرعت متوسط آن است و درنتیجه تندی متوسط نیز برابر $\frac{۱۵۵}{۶}\frac{m}{s}$ است.

گروه آموزشی ماز

۷- متحرکی با سرعت ثابت روی محور x درحال حرکت بوده و در لحظات $t_۱=۲s$ و $t_۲=۵s$ به‌ترتیب از نقاط $x_۱=۱۴m$ و $x_۲=۸m$ عبور می‌کند. متحرک در چه لحظه‌ای از مبدأ مکان می‌گذرد و مسافت طی‌شده توسط آن در مدت ۲۰ دقیقه چند کیلومتر است؟

۱) ۹s و ۳ km
۲) ۹s و ۲/۴ km
۳) ۷s و ۲/۴ km
۴) ۷s و ۳ km

پاسخ: گزینهٔ ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

حرکت با سرعت ثابت

ساده‌ترین نوع حرکت بر خط راست، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

در معادلهٔ مکان-زمان حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$v=v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \Delta x=v\Delta t\Rightarrow x-x_۰=v(t-۰)$$

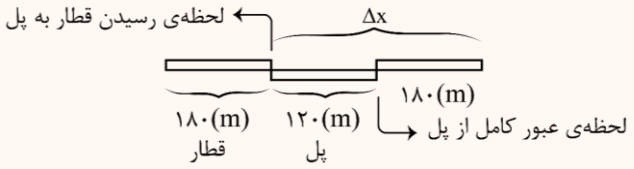
مکان متحرک در لحظهٔ t ← $x=\overset{\text{سرعت متحرک}}{v}\,t+x_۰$ → مکان اولیهٔ متحرک

www.biomaze.ir

مثال:

قطاری به طول ۱۸۰ متر روی یک پل که طول آن ۱۲۰ متر است با سرعت ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ درحال حرکت است. از لحظهٔ رسیدن به پل چه مدت طول می‌کشد تا قطار به‌طور کامل از پل عبور کند؟

پاسخ:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۱۰\frac{m}{s}=\frac{۱۸۰+۱۲۰}{\Delta t}=\frac{۳۰۰}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۳۰s$$

$$\Delta x=۱۲۰+۱۸۰=۳۰۰m$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

سرعت و مکان اولیه را محاسبه می‌کنیم و معادلهٔ مکان-زمان متحرک را می‌نویسیم:

$$v=v_{av}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۸-۱۴}{۵-۲}\Rightarrow v=-۲\frac{m}{s}$$

$$x=vt+x_۰\Rightarrow x=-۲t+x_۰$$

$$\xrightarrow[x=۱۴]{t=۲} ۱۴=-۴+x_۰\Rightarrow x_۰=۱۸m$$

معادلهٔ مکان-زمان $x=-۲t+۱۸$

گام دوم:

در لحظهٔ عبور متحرک از مبدأ مکان $x=۰$ می‌شود پس:

$$۰=-۲t+۱۸\Rightarrow t=۹s$$

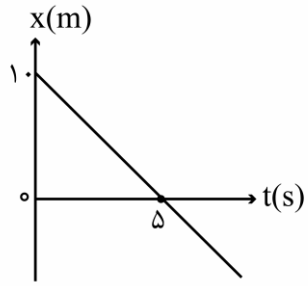
گام آخر:

برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده در مدت ۲۰ دقیقه داریم:

$$s=\frac{L}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{L}{۱۲۰۰}\Rightarrow L=۲۴۰۰m=۲/۴km$$

گروه آموزشی ماز

۸- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مسافتی که متحرک در مدت ۱۰ دقیقه طی می‌کند چند کیلومتر است؟



۱) ۱/۲

۲) ۳

۳) ۶

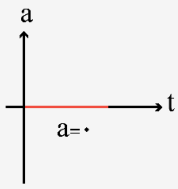
۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

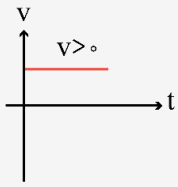
نمودارهای حرکت با سرعت ثابت

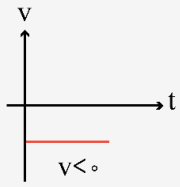
نمودارهای $x-t$ ، $v-t$ و $a-t$ در حرکت با سرعت ثابت:

$v = \text{ثابت} \Rightarrow a = ۰$

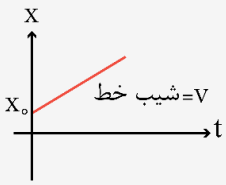


$v = \text{ثابت} \Rightarrow$



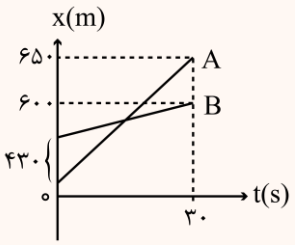


$x = vt + x_۰ \Rightarrow$



مثال:

نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل روبه‌رو است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیش‌تر از سرعت متحرک B است؟ (تجربی خارج ۹۴)



۱) ۱۲
۲) ۱۲/۶
۳) ۱۶
۴) ۱۶/۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به نمودار، برای محاسبهٔ اختلاف سرعت دو متحرک می‌توان نوشت:

$$v_A - v_B = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} - \frac{\Delta x_B}{\Delta t} = \frac{x_{۲A} - x_{۱A}}{\Delta t} - \frac{x_{۲B} - x_{۱B}}{\Delta t}$$

$$= \frac{(x_{۲A} - x_{۲B}) + (x_{۱B} - x_{۱A})}{\Delta t} = \frac{(۶۵۰ - ۶۰۰) + ۴۳۰}{۳۰}$$

$$= \frac{۴۸۰}{۳۰} = ۱۶ \frac{m}{s}$$

پاسخ تشریحی:

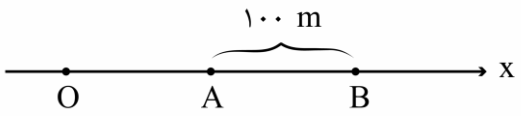
اگر نمودار مکان-زمان متحرکی خط راست باشد حرکت با سرعت ثابت بوده و شیب خط برابر سرعت متحرک است:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۰}{۵} = -۲ \frac{m}{s}$$

$$L = |v| \times \Delta t \Rightarrow L = ۲ \times ۶۰۰ s = ۱۲۰۰ m$$

$$\Rightarrow L = ۱/۲ km$$

۹- مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ O با سرعت اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ و شتاب a در جهت محور x شروع به حرکت کرده و فاصلهٔ ۱۰۰ متری بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۵ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطهٔ B برابر $۳۰\frac{m}{s}$ باشد، مدت‌زمان حرکت متحرک از O تا A چند ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر شتاب متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\frac{v+v_۰}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\Delta x=\left(\frac{v+v_۰}{۲}\right)\Delta t$$

نکته:

در حرکت با شتاب ثابت اگر سرعت اولیهٔ متحرک معلوم نباشد، داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+(v-at)t$$

$$\Delta x=-\frac{۱}{۲}at^۲+vt$$ معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه

مثال:

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت، فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸s طی می‌کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\Delta x=\frac{-۱}{۲}at^۲+vt\Rightarrow ۸۰=(\frac{-۱}{۲}a\times ۶۴)+\underbrace{(۱۵\times ۸)}_{۱۲۰}$$

$$۳۲a=۴۰\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

در فاصلهٔ زمانی حرکت از A تا B از فرمول مستقل از شتاب به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$d_{AB}=\frac{v_A+v_B}{۲}\times t_{AB}\Rightarrow ۱۰۰=\frac{v_A+۳۰}{۲}\times ۵\Rightarrow v_A=۱۰\frac{m}{s}$$

گام دوم:

حال شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

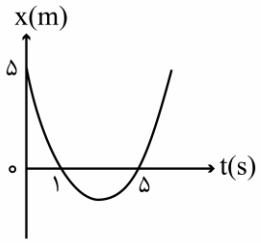
$$a=\frac{v_B-v_A}{t_{AB}}=\frac{۳۰-۱۰}{۵}\Rightarrow a=۴\frac{m}{s^۲}$$

گام آخر:

درنهایت t_{OA} از معادلهٔ سرعت-زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v_A=v_۰+at_{OA}\Rightarrow ۱۰=۲+۴t_{OA}\Rightarrow t_{OA}=۲s$$

۱۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، به‌صورت سهمی شکل زیر است. شتاب حرکت متحرک چند واحد SI است؟

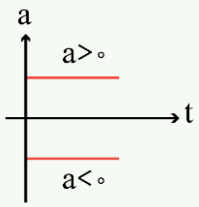


۱) ۱
۲) ۱-
۳) ۲-
۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

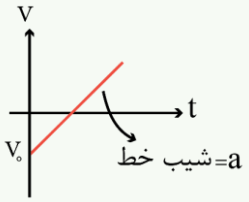
نکته:

در حرکت با شتاب ثابت، نمودار $a-t$ خط راست افقی است.



نکته:

در حرکت با شتاب ثابت، طبق رابطهٔ $v = at + v_0$ نمودار سرعت-زمان خط راستی با عرض از مبدأ v_0 و شیب a است.

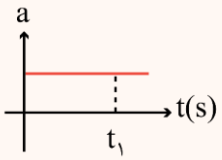


نکته:

طبق رابطهٔ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ نمودار مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت سهمی می‌باشد که اگر $a > 0$ سهمی مینیمم‌دار و اگر $a < 0$ باشد سهمی ماکزیمم‌دار است.

مثال:

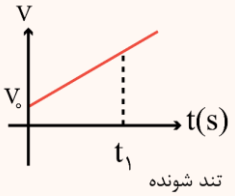
نمودار شتاب-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل زیر است. حرکت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چگونه است؟

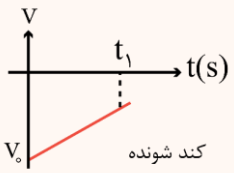


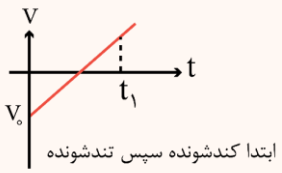
۱) تندشونده
۲) کندشونده
۳) ابتدا کندشونده سپس تندشونده
۴) بستگی به سرعت اولیه دارد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

شتاب مثبت است، حالت‌های زیر را خواهیم داشت:







www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ تشریحی:

با توجه به این‌که در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 5s$ مقدار x برابر صفر می‌باشد، می‌توان معادلهٔ مکان-زمان متحرک را به‌صورت زیر نوشت:

$$x = \alpha(t-1)(t-5) \xrightarrow[x=5]{t=0} 5 = \alpha(0-1)(0-5)$$

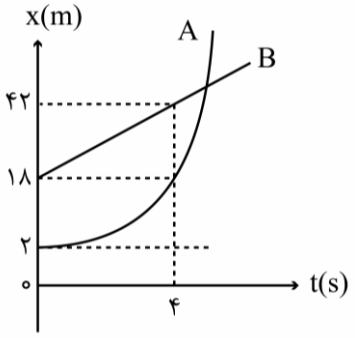
$$\alpha = 1$$

$$\Rightarrow x = (t-1)(t-5) \Rightarrow x = t^2 - 6t + 5 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. این دو متحرک در فاصلهٔ چندمتری مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند؟ (متحرک A با شتاب ثابت درحال حرکت است.)



۱) ۵۲

۲) ۶۲

۳) ۶۶

۴) ۱۰۲

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

بررسی حرکت دو متحرک

برای تعیین زمان و مکان برخورد یا سبقت دو متحرک باید معادله‌های مکان-زمان دو متحرک را نوشته و آن‌ها را مساوی هم قرار دهیم:

$$x_A = x_B$$

از حل معادلهٔ فوق لحظهٔ رسیدن دو متحرک به‌هم تعیین می‌شود.

مثال:

خودرویی پشت چراغ‌قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ‌قرمز با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیونی با سرعت $36\frac{km}{h}$ از کنار آن می‌گذرد. در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

پاسخ:

$$\begin{cases} \text{خودرو } x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow \text{خودرو } x = t^2 \\ \text{کامیون } x = vt \\ v = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s} \Rightarrow \text{کامیون } x = 10t \end{cases} \xrightarrow{\text{در لحظهٔ به‌هم رسیدن}} \begin{array}{l} t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s \\ \text{به‌هم رسیدن } x = (10)^2 = 100m \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

چون نمودار مکان-زمان متحرک B خط راست می‌باشد حرکت آن یکنواخت است و داریم:

$$x_B = vt + x_{0B} = vt + 18 \xrightarrow[x_B=42]{t=4} 42 = 4v + 18 \Rightarrow v = 6\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow x_B = 6t + 18$$

www.biomaze.ir

گام دوم:

حرکت متحرک A شتاب ثابت است و می‌توان نوشت:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + \overbrace{x_{0A}}^{2}$$

چون شیب خط مماس بر نمودار A در لحظه $t = 0$ برابر صفر می‌باشد پس $v_{0A} = 0$ می‌باشد و داریم:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 + 2 \xrightarrow[x_A=18]{t=4} 18 = 8a + 2 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \Rightarrow x_A = t^2 + 2$$

گام آخر:

در لحظهٔ رسیدن دو متحرک به‌هم داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow t^2 + 2 = 6t + 18 \Rightarrow t^2 - 6t - 16 = 0 \Rightarrow t = 8s$$
$$x_A = x_B = (6 \times 8) + 18 = 66m$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- متحرکی t ثانیه با سرعت متوسط $2\frac{m}{s}$ و در ادامه t' ثانیه با سرعت متوسط $-4\frac{m}{s}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در کل زمان حرکت صفر باشد، تندی متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{8}{3}$
۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:
اگر $\Delta x > 0$ باشد یعنی جسم در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است و اگر $\Delta x < 0$ باشد یعنی جهت جابه‌جایی جسم در خلاف جهت مثبت محور x بوده است و اگر $\Delta x = 0$ باشد یعنی جسم جابه‌جا نشده است.

نکته:
جابه‌جایی به مسیر حرکت جسم بستگی ندارد بلکه فقط به مکان آغازین و پایانی جسم وابسته است.

نکته:
مسافت طی‌شده همیشه بزرگ‌تر یا مساوی اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$L \geq |\vec{d}|$$

پاسخ تشریحی:

گام اول:

جابه‌جایی کل صفر است؛ بنابراین داریم:

$$\text{جابه‌جایی کل}: \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = (v_{av_1} \cdot t) + (v_{av_2} \cdot t')$$
$$\Rightarrow 2t - 4t' = 0 \Rightarrow t = 2t'$$

گام آخر:

تندی متوسط در کل حرکت برابر است با:

$$\text{تندی متوسط کل}: s_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{(s_{av_1} \times t) + (s_{av_2} \times t')}{t + t'} = \frac{2t + 4t'}{t + t'}$$
$$\Rightarrow s_{av} = \frac{(2 \times 2t') + 4t'}{2t' + t'} = \frac{8t'}{3t'} = \frac{8}{3}\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در بازهٔ زمانی ۰ تا ۶ ثانیه فقط یک بار تغییر جهت می‌دهد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط آن در این بازهٔ زمانی $8\frac{m}{s}$ و تندی متوسط آن $10\frac{m}{s}$ باشد، متحرک چند متر از مسیر حرکت خود را می‌تواند خلاف جهت محور x ها رفته باشد؟

۱) ۵۴
۲) ۶
۳) ۶۰
۴) گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشند.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

در حرکت بر خط راست درصورتی‌که متحرک تغییر جهت حرکت ندهد اندازهٔ سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن برابر است:

$$s_{av} = |\vec{v}_{av}|$$

نکته:

رابطهٔ سرعت متوسط متحرک برای حرکت در راستای محور x به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

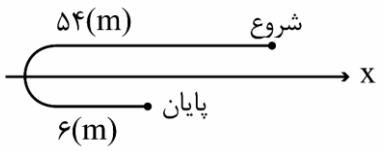
پاسخ تشریحی:

جابه‌جایی و مسافت طی‌شده برابر است با:

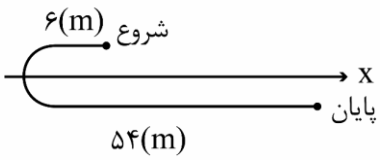
$$|v_{av}| = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| \Rightarrow ۸ = \left|\frac{\Delta x}{۶}\right| \Rightarrow |\Delta x| = ۴۸\,m$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰ = \frac{L}{۶} \Rightarrow L = ۶۰\,m$$

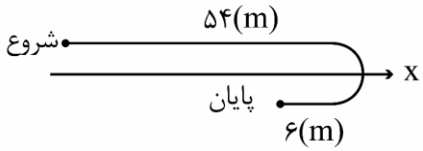
با توجه به مقادیر به‌دست آمده برای اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده مسیر حرکت یکی از چهار حالت زیر است:



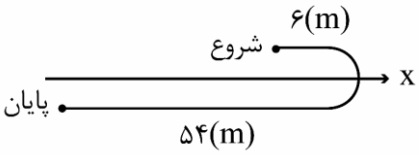
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

گروه آموزشی ماز

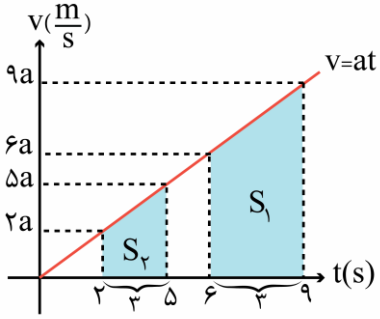
۱۴- متحرکی با شتاب ثابت از حال سکون حرکت خود را بر خط راست آغاز می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲s$ تا $t_2 = ۵s$، ۹۶ متر کم‌تر از جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ سوم حرکت باشد، اندازهٔ شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۱ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

چون $v_0 = ۰$ و شتاب حرکت ثابت a می‌باشد $v = at$ معادلهٔ سرعت-زمان بوده و داریم:



$$S_1 - S_2 = ۹۶\,m \Rightarrow \frac{(۱۵a \times ۳)}{۲} - \frac{۷a \times ۳}{۲} = ۹۶$$

$$\xrightarrow{\times ۲} ۴۵a - ۲۱a = ۲ \times ۹۶$$

$$\Rightarrow a = ۸\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت $v = ۲t - ۶$ در SI داده شده است. در بازهٔ زمانی که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، مسافت چند متر را طی می‌کند؟

۱) ۹ ۲) ۷ ۳) ۱۵ ۴) ۲۱

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. تندی لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان نمی‌دهد مانند عقربهٔ تندی‌سنج خودرو.

اگر در گزارش تندی لحظه‌ای به جهت حرکت نیز اشاره شود درواقع سرعت لحظه‌ای $\vec{v}$ بیان شده است که کمیت برداری می‌باشد.

نکته:

علامت سرعت لحظه‌ای جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. اگر $v > ۰$ متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند و اگر $v < ۰$ متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند.

مثال:

معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = t^۲ - ۳t + ۲$ است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۸s$ جهت حرکت متحرک چند مرتبه تغییر می‌کند؟

پاسخ:

همان‌طور که می‌دانیم علامت v جهت حرکت را تعیین می‌کند پس باید v را تعیین علامت کنیم.

t	۰		۱		۲	
$v = t^۲ - ۳t + ۲$		+	۰	−	۰	+

مشاهده می‌شود که علامت v دو بار عوض شده است پس جهت حرکت متحرک هم دو بار تغییر می‌کند.

پاسخ تشریحی:

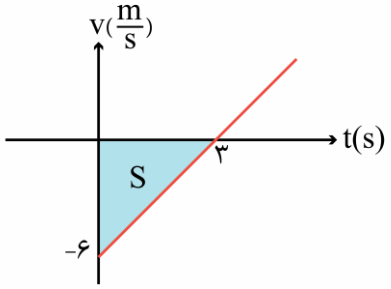
معادلهٔ سرعت-زمان را تعیین علامت می‌کنیم:

t	۰		۳		$+\infty$
v=۲t-۶		−	۰	+	

v<۰

حرکت در خلاف جهت محور

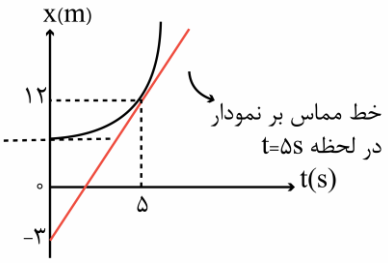
چون در بازه زمانی $۰ < t < ۳s$ سرعت منفی است، جهت حرکت در خلاف جهت محور x ها است. مسافت طی‌شده در این بازه برابر است با:



$$L = S = \frac{۶ \times ۳}{۲} = ۹m$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- نمودار مکان-زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۳

۲) ۰/۶

۳) ۲/۴

۴) ۰/۴۸

پاسخ: گزینهٔ ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

وقتی اندازه یا جهت بردار سرعت متحرک تغییر کند آن حرکت شتاب‌دار است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

نکته:

با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است با تغییر مسیر حرکت قطعاً بردار سرعت نیز تغییر جهت دارد.

شتاب متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه t_1 تا t_2 به‌صورت رابطهٔ زیر تعریف می‌شود که در آن $\vec{v}_1$ سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 و $\vec{v}_2$ سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 است:

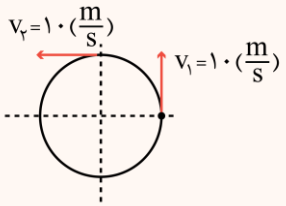
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

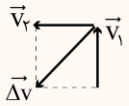
یکای شتاب متوسط $\frac{m}{s^2}$ است. شتاب متوسط کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت $\Delta\vec{v}$ است. اگر $\Delta t \to 0$ میل کند $t_2 \to t_1$ میل کرده و شتاب متوسط برابر شتاب در لحظهٔ t_1 خواهد شد.

مثال:

متحرکی بر روی یک دایره با تندی ثابت $10\frac{m}{s}$ درحال حرکت است. اگر این متحرک ربع دایره را در مدت ۵s بپیماید، اندازهٔ شتاب متوسط آن در این مدت چند $\frac{m}{s^2}$ است؟

پاسخ:





$$\Delta v = \sqrt{(10)^2 + (10)^2} = 10\sqrt{2}\,(\frac{m}{s})$$

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{2}}{5} = 2\sqrt{2}\,(\frac{m}{s^2})$$

پاسخ تشریحی:

سرعت در لحظهٔ $t = 5s$ برابر است با:

$$v_5 \text{ :سرعت متحرک در لحظهٔ } t = 5s = \text{شیب خط مماس بر نمودار } = \frac{12-(-3)}{5} = \frac{15}{5} = 3\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ اول برابر است با:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - v_0}{t_5 - t_0} = \frac{v_5}{5-0} = \frac{1}{5}v_5$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{1}{5} \times 3 = 0/6\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت چند برابر جابه‌جایی آن در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 3s$ است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{27}{8}$ ۴) ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

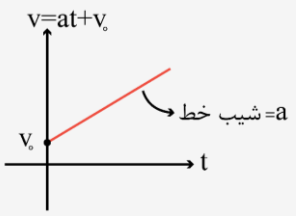
معادلهٔ سرعت-زمان در حرکت با شتاب ثابت

در این حرکت، شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t \Rightarrow v - v_0 = a(t-0)$$

$$\Rightarrow v = at + v_0$$

v_0 سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ است و سرعت اولیهٔ متحرک نامیده می‌شود. همچنین v سرعت متحرک در لحظهٔ t است.



نمودار سرعت-زمان نیز خط راستی با شیب a و عرض از مبدأ v_0 است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

مثال:

دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $(a+1/5)\frac{m}{s^2}$ از یک نقطه و هم‌زمان شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t سرعت آن‌ها به‌ترتیب $10\frac{m}{s}$ و $22\frac{m}{s}$ می‌شود. t چند ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

$$v=at+v_0 \Rightarrow \begin{cases}10=at\\22=(a+1/5)t\end{cases} \xrightarrow{\div} \frac{10}{22}=\frac{a}{a+1/5} \Rightarrow 10a+15=22a \Rightarrow 12a=15 \Rightarrow a=\frac{5}{4}\frac{m}{s^2}$$

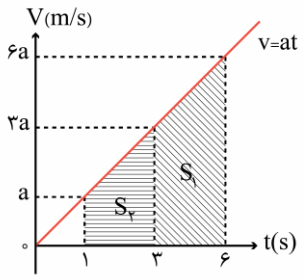
$$10=\frac{5}{4}\times t \Rightarrow t=8s$$

پاسخ تشریحی:

چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، $v_0=0$ است. حال داریم:

جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم: S_1

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۱ تا ۳ ثانیه: S_2



$$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}=\frac{S_1}{S_2}=\frac{(3a+6a)\times\frac{3}{2}}{(a+3a)\times\frac{2}{2}}=\frac{9a\times\frac{3}{\cancel{2}}}{4a\times\frac{2}{\cancel{2}}}=\frac{27}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی در SI به‌صورت $v=2(t-1)(t-5)$ می‌باشد. چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده و در خلاف جهت محور x است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

حرکت با شتاب ثابت می‌تواند تندشونده یا کندشونده باشد:

۱- اگر $v.a>0$ باشد حرکت تندشونده

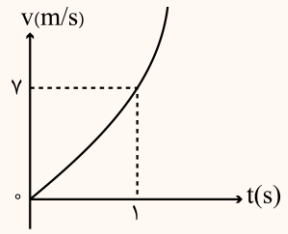
۲- اگر $v.a<0$ باشدحرکت کندشونده خواهد بود

مثال:

معادلهٔ سرعت-زمان متحرکی به‌صورت $v=t^2+6t$ است. چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده خواهد بود؟

پاسخ:

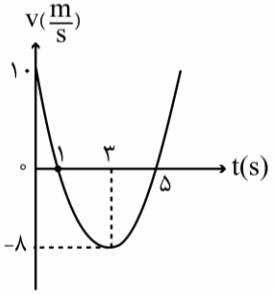
با رسم نمودار $v-t$ خواهیم داشت:



مشاهده می‌شود که تندی دائماً درحال افزایش است پس حرکت همواره تندشونده است.

پاسخ تشریحی:

اگر نمودار سرعت-زمان متحرک را رسم کنیم شکل زیر را خواهیم داشت:



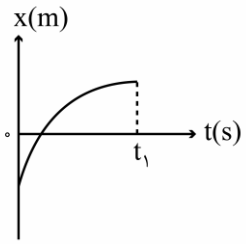
مشاهده می‌شود که در بازه‌های زمانی (۰,۱) و (۳,۵) ثانیه اندازهٔ سرعت ($|v|$) یا تندی درحال کاهش است، پس کل زمانی که حرکت متحرک کندشونده است برابر است با:

$۱+۲=۳s$

اما سؤال می‌خواهد که حرکت متحرک در خلاف جهت محور x باشد، یعنی $v<۰$ باشد که فقط در بازهٔ $۳s<t<۵s$، به مدت ۲s رخ می‌دهد.

گروه آموزشی ماز

۱۹- شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_۱$ سرعت متحرک چگونه تغییر می‌کند؟



۱) همواره کاهش

۲) همواره افزایش

۳) ابتدا کاهش، سپس افزایش

۴) ابتدا افزایش، سپس کاهش

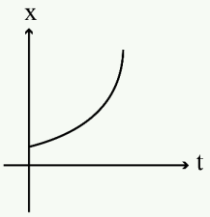
پاسخ: گزینهٔ ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نکته:

در نمودار مکان-زمان در لحظه‌ای که شیب خط مماس بر نمودار مثبت باشد $v>۰$ و در لحظه‌ای که شیب خط مماس منفی است $v<۰$ خواهد بود.

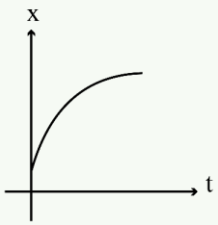
نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ درحال افزایش باشد نشان می‌دهد اندازهٔ سرعت متحرک درحال زیاد شدن است و حرکت، تندشونده خواهد بود.



نکته:

اگر مقدار شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ درحال کاهش باشد نشان می‌دهد اندازهٔ سرعت متحرک درحال کم شدن است و حرکت، کندشونده خواهد بود.

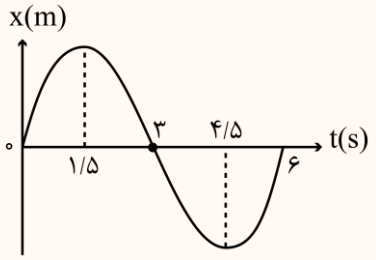


www.biomaze.ir

AzmonVIP

مثال:

نمودار مکان-زمان متحرکی به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی ۰ تا ۶ ثانیه چند ثانیه حرکت متحرک در جهت محور x ها و کندشونده بوده است؟



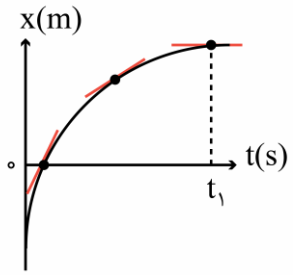
پاسخ:

حرکت متحرک را می‌توان در بازه‌های مختلف به‌صورت زیر دسته‌بندی کرد:

خلاف جهت محور x ، تندشونده: $(۱/۵,۳)$	در جهت محور x ، کندشونده: $(۰,۱/۵)$
در جهت محور x ، تندشونده: $(۴/۵,۶)$	خلاف جهت محور x ، کندشونده: $(۳,۴/۵)$

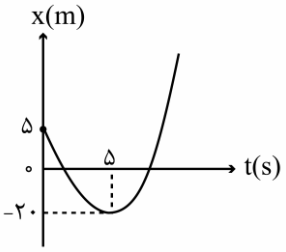
پاسخ تشریحی:

همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب خط مماس بر نمودار از لحظهٔ ۰ تا $t_۱$ درحال کاهش است؛ بنابراین سرعت متحرک همواره درحال کاهش است.



گروه آموزشی ماز

۲۰- نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به‌صورت سهمی زیر است. مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۸s$ چند متر است؟



۱) ۱۸

۲) ۹

۳) ۲۴

۴) ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۱ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نکته:

در نمودار $x-t$ حرکت با شتاب ثابت اگر جهت گودی سهمی رو به بالا باشد ( ) شتاب مثبت است و اگر جهت گودی سهمی رو به پایین باشد ( ) شتاب منفی است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$$

نکته:

در نمودار $v-t$ مربوط به حرکت با شتاب ثابت اگر شیب خط مثبت باشد $a > ۰$ و اگر شیب خط منفی باشد $a < ۰$ خواهد بود.

$v = \underset{\text{شیب خط}}{a}t + v_۰ \rightarrow$ عرض از مبدأ خط

پاسخ تشریحی:

گام اول:

تابع درجهٔ دومی که مختصات رأس آن $\left|\begin{matrix}۵\\-۲۰\end{matrix}\right.$ می‌باشد به‌صورت زیر می‌باشد:

$$x = m(t-۵)^۲ - ۲۰$$

برای محاسبهٔ m از نقطهٔ $\left|\begin{matrix}۰\\۵\end{matrix}\right.$ کمک می‌گیریم:

$$۵ = ۲۵m - ۲۰ \Rightarrow m = ۱$$

بنابراین $x = (t-۵)^۲ - ۲۰$ و درنتیجه:

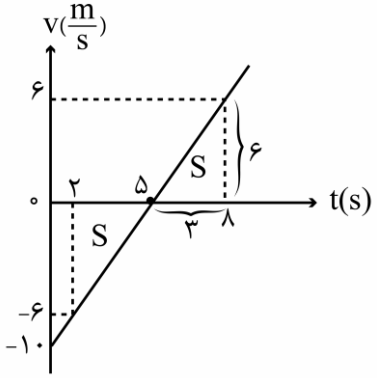
$$x = t^۲ - ۱۰t + ۵$$

با یک مقایسهٔ ساده با فرمول حرکت شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} \frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲} \\ v_۰ = -۱۰\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۱۰$$

گام آخر:

نمودار سرعت-زمان متحرک به‌صورت زیر خواهد بود:



مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی (۲,۸): $L = S + S = ۲S = ۲ \times \frac{۳ \times ۶}{۲} = ۱۸(m)$

گروه آموزشی ماز

۲۱- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در $t_۱ = ۱s$ با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $x_۱ = ۴۵m$ عبور می‌کند. اگر در مکان $x_۲ = ۸۵m$ سرعت آن $۳۰\frac{m}{s}$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه سرعت متحرک $۹۰\frac{m}{s}$ می‌شود؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

معادلهٔ سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان) در حرکت با شتاب ثابت

$$x = \left(\frac{v+v_۰}{۲}\right)t + x_۰ \Rightarrow x - x_۰ = \left(\frac{v+v_۰}{۲}\right)\left(\frac{v-v_۰}{a}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x = \frac{v^۲ - v_۰^۲}{۲a} \Rightarrow v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \qquad (۱)$$

$$\begin{cases} v_۲^۲ - v_۰^۲ = ۲a(x_۲ - x_۰) \\ v_۱^۲ - v_۰^۲ = ۲a(x_۱ - x_۰) \end{cases} \Rightarrow v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(x_۲ - x_۱) \qquad (۲)$$

مثال:

متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = ۱۰m$ سرعت متحرک $۳\frac{m}{s}$ و در مکان $x = ۱۸m$ سرعت متحرک $۵\frac{m}{s}$ است. شتاب حرکت آن چقدر است؟

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ:

طبق فرمول مستقل از زمان داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

$$\Rightarrow 5^2 - 3^2 = 2a(18-10) \Rightarrow 16 = 16a \Rightarrow a = 1\frac{m}{s^2}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا با کمک معادلهٔ سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان) شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1)$$

$$\Rightarrow 900 - 100 = 2a(85 - 45) \Rightarrow 80a = 800$$

$$\Rightarrow a = 10\frac{m}{s^2}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 10 = \frac{90-10}{t-1} \Rightarrow t-1 = 8 \Rightarrow t = 9s$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- اتومبیلی با تندی ثابت $126\frac{km}{h}$ بر مسیر مستقیم درحال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ ۱۲۷ متری با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند. زمان واکنش راننده حداکثر چند ثانیه باشد تا اتومبیل با سرعتی کم‌تر یا مساوی $5\frac{m}{s}$ به مانع برخورد کند؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نکته:

اگر متحرکی که با سرعت ثابت v_0 درحال حرکت است ترمز کرده و حرکت آن با شتاب ثابت a کند شود زمان توقف و مسافت طی‌شده از لحظهٔ ترمز تا توقف (خط ترمز) از روابط زیر به‌دست می‌آیند:

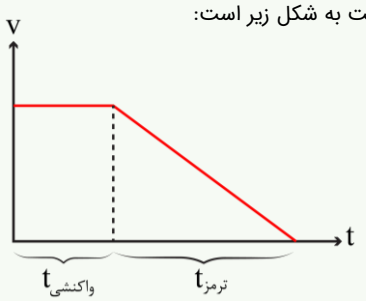
زمان توقف:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = at_s + v_0 \Rightarrow t_s = \frac{-v_0}{a} = \left|\frac{v_0}{a}\right|$$

خط ترمز:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2a\Delta x_s \Rightarrow \Delta x_s = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

اگر زمان واکنش راننده را نیز درنظر بگیریم، در این مدت اتومبیل با تندی ثابت حرکت می‌کند و نمودار سرعت-زمان حرکت به شکل زیر است:



مثال:

یک خودروی گشت محیط‌زیست با تندی $36\frac{km}{h}$ در جاده‌ای مستقیم در حرکت است. ناگهان گوزن بدون حرکت را در فاصلهٔ ۲۰ متری خود می‌بیند و با شتابی به‌اندازهٔ $4\frac{m}{s^2}$ حرکت خودرو را کند می‌کند تا سرانجام می‌ایستد. خودرو در چه فاصله‌ای از گوزن متوقف می‌شود؟

پاسخ:

$$v_0 = 36\frac{km}{h} = 10\frac{m}{s} \qquad \Delta x_s = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{10^2}{2\times 4} = \frac{100}{8} = 12/5m$$

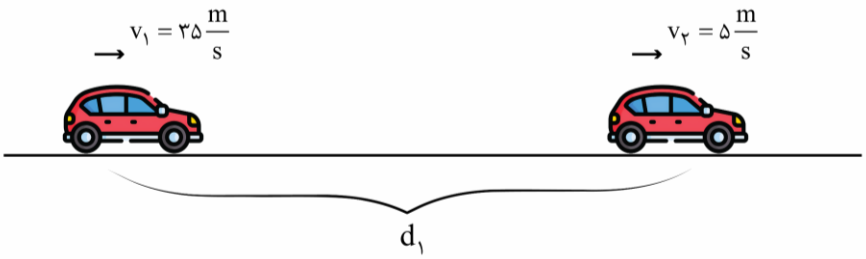
فاصلهٔ نقطهٔ توقف تا گوزن: $20m - 12/5m = 7/5m$

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ تشریحی:

گام اول:

مسافتی که اتومبیل با شتاب ثابت طی می‌کند تا تندی آن از $۳۵\frac{m}{s} = ۱۲۶\frac{km}{h}$ به $۵\frac{m}{s}$ برسد، برابر است با:



$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲ad_۱$$
$$\Rightarrow ۵^۲ - ۳۵^۲ = ۲\times(-۵)\times d_۱$$
$$\Rightarrow d_۱ = ۱۲۰m$$

گام آخر:

فاصلهٔ اولیه تا مانع ۱۲۷m است؛ بنابراین در مدتی که راننده واکنش نشان می‌دهد، اتومبیل حداکثر باید ۷m حرکت کند.

$$\Delta x = v_۱ t_{\text{واکنش}} \Rightarrow ۷ = ۳۵t_{\text{واکنش}} \Rightarrow t_{\text{واکنش}} = ۰/۲s$$

گروه آموزشی ماز

۲۳- معادلهٔ مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۱۰t + ۴$ است. در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) صفر

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

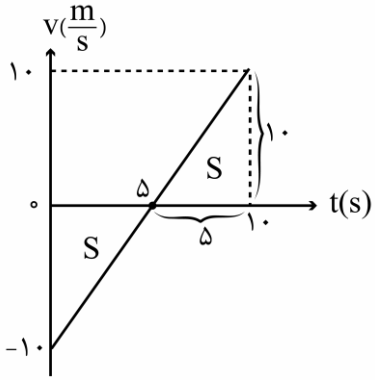
گام اول:

با یک مقایسهٔ ساده، شتاب و سرعت اولیه را به‌دست می‌آوریم:

$$x = t^۲ - ۱۰t + ۴ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} \frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\left(\frac{m}{s^۲}\right) \\ v_۰ = -۱۰\frac{m}{s} \\ x_۰ = ۴(m) \end{cases}$$

گام آخر:

پس معادلهٔ سرعت-زمان به‌صورت $v = at + v_۰ = ۲t - ۱۰$ و درنتیجه نمودار سرعت-زمان به‌صورت زیر خواهد بود:



$$s_{av_{(۰,۱۰)}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{S+S}{۱۰-۰} = \frac{۲S}{۱۰} = \frac{S}{۵}$$
$$s_{av_{(۰,۱۰)}} = \frac{\frac{۵\times۱۰}{۲}}{۵} = \frac{۲۵}{۵} \Rightarrow s_{av_{(۰,۱۰)}} = ۵\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت a به راه افتاده است. اگر جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم، ۳۲ متر بیش‌تر از جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت باشد، پس از چند ثانیه از شروع حرکت، سرعت آن به $۴۸\frac{m}{s}$ خواهد رسید؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ویژگی مهم در حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان Δt یک دنبالهٔ حسابی تشکیل می‌دهند که قدر نسبت آن برابر $a(\Delta t)^{۲}$ است.

پاسخ تشریحی:

طبق نکتهٔ تشکیل تصاعد حسابی با قدر نسبت $a(\Delta t)^{۲}$ در جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان Δt می‌توان نوشت:

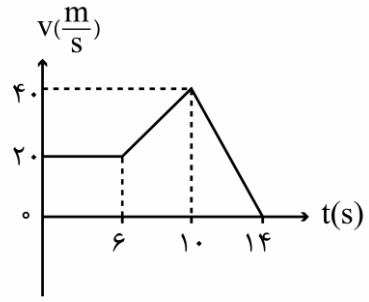
$$\begin{cases} \text{جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ اول}: \Delta x_{۱} \\ \text{جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ دوم}: \Delta x_{۲} = \Delta x_{۱} + a(۲)^{۲} = \Delta x_{۱} + ۴a \\ \text{جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ سوم}: \Delta x_{۳} = \Delta x_{۱} + ۴a + a(۲)^{۲} = \Delta x_{۱} + ۸a \end{cases}$$

$$\Delta x_{۱} + ۸a - \Delta x_{۱} = ۸a = ۳۲ \Rightarrow a = ۴\left(\frac{m}{s^{۲}}\right)$$

$$v = at + v_{۰} \Rightarrow v = ۴t \Rightarrow ۴۸ = ۴t \Rightarrow t = ۱۲(s)$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- نمودار سرعت-زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۴ ثانیه مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی و همچنین شتاب خودرو در لحظهٔ $t = ۸s$ به‌ترتیب از راست به چپ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۰}{۷}$ و ۵

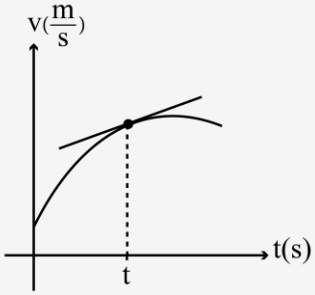
۲) $\frac{-۱۰}{۷}$ و $\frac{۱۵}{۴}$

۳) $\frac{۱۰}{۷}$ و $\frac{۱۵}{۴}$

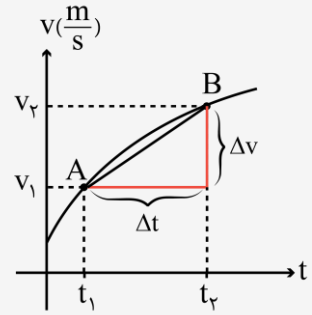
۴) $\frac{-۱۰}{۷}$ و ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت-زمان



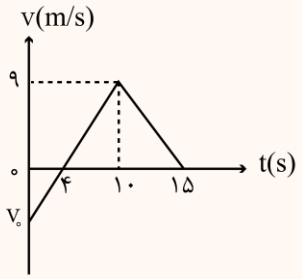
شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در هر لحظه = a (شتاب لحظه‌ای)



شیب خط AB = $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ = a_{av} (شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_{۱}$ تا $t_{۲}$)

مثال:

نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۱۵s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی - خارج ۹۳)



۱) ۰/۴
۲) ۰/۶
۳) ۰/۸
۴) ۱

پاسخ: گزینهٔ ۱

تشابه مثلث‌ها: $\frac{۹}{|v_۰|} = \frac{۶}{۴} \Rightarrow |v_۰| = ۶ \Rightarrow v_۰ = -۶\frac{m}{s}$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-(-۶)}{۱۵-۰} = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵} = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

پاسخ تشریحی:

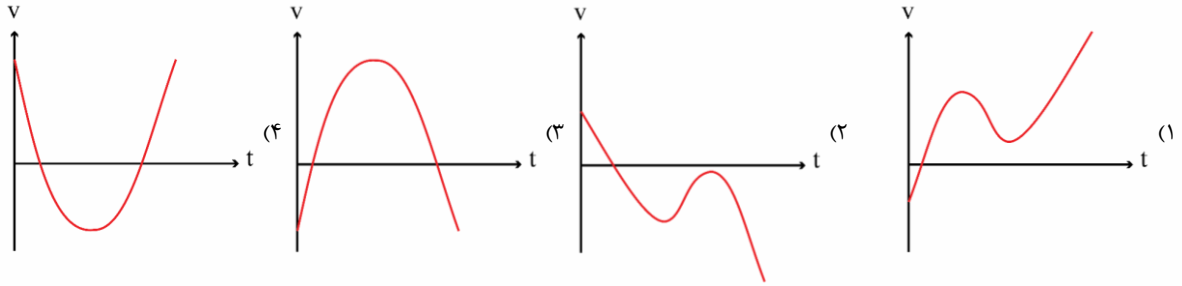
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰-۲۰}{۱۴-۰} = \frac{-۲۰}{۱۴} = \frac{-۱۰}{۷}\frac{m}{s^۲}$$

شتاب در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ در آن لحظه است. شیب خط مماس بر نمودار داده‌شده در لحظهٔ $t = ۸(s)$ برابر است با:

$$a = \frac{۴۰-۲۰}{۱۰-۶} = \frac{۲۰}{۴} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در کدام گزینه نمودار سرعت-زمان متحرکی رسم شده است که دو بار جهت حرکت آن تغییر می‌کند و تکانهٔ اولیهٔ آن در جهت محور x است؟



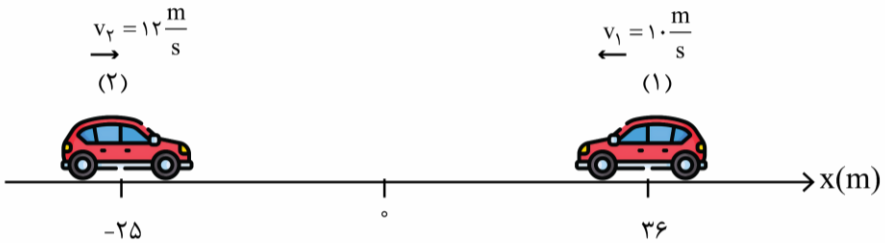
پاسخ: گزینهٔ ۴ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

برای آن‌که متحرک دو بار تغییر جهت داده باشد، باید نمودار سرعت-زمان آن دو بار محور افقی را قطع کند و علامت سرعت عوض شود؛ بنابراین یا گزینهٔ (۳) یا گزینهٔ (۴) صحیح است. در گزینهٔ (۴)، سرعت اولیه مثبت است، پس سرعت و تکانهٔ اولیهٔ آن در جهت محور x است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- مطابق شکل دو خودرو روی محور x به سمت یکدیگر درحال حرکت هستند. در لحظهٔ نشان‌داده‌شده راننده‌های دو خودرو با شتاب ثابت و هم‌اندازه ترمز می‌گیرند. اگر دو خودرو باهم تصادف نکنند، کدام گزینه در مورد اندازهٔ شتاب دو خودرو صحیح است؟



۱) بزرگ‌تر از $۲\frac{m}{s^۲}$ است.
۲) بزرگ‌تر از $۴\frac{m}{s^۲}$ است.
۳) کوچک‌تر از $۲\frac{m}{s^۲}$ است.
۴) کوچک‌تر از $۴\frac{m}{s^۲}$ است.

www.biomaze.ir
AzmonVIP

پاسخ: گزینهٔ ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

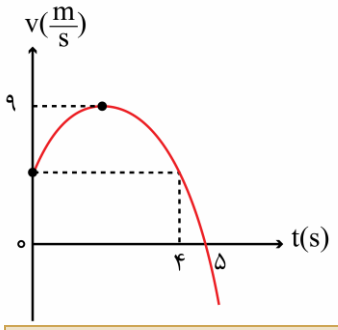
مجموع مسافت ترمز دو اتومبیل باید از فاصلهٔ آن‌ها کم‌تر باشد؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 < 61 \Rightarrow \frac{v_1^2}{|2a|} + \frac{v_2^2}{|2a|} < 61$$

$$\Rightarrow \frac{10^2 + 12^2}{2|a|} < 61 \Rightarrow \frac{244}{2|a|} < 61 \Rightarrow |a| > 2\frac{m}{s^2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کنند، به‌صورت سهمی شکل مقابل است. چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟



الف: در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

ب: شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $2s < t < 5s$ هم‌اندازهٔ شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ اول حرکت است.

پ: مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ اول حرکت برابر ۱۴m است.

ت: در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، اندازهٔ شتاب متحرک درحال کاهش است.

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

تحلیل کامل نمودار سرعت-زمان

- اگر نمودار بالای محور t باشد ← $v > 0$ ← متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.
- اگر نمودار زیر محور t باشد ← $v < 0$ ← متحرک خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.
- نقاطی که نمودار به محور t برخورد کرده ← $v = 0$ ← متحرک متوقف شده و ممکن است تغییر جهت دهد.

- نمودار سرعت-زمان از محور t دور شود ← تندی زیاد می‌شود ← حرکت تندشونده
- نمودار سرعت-زمان به محور t نزدیک شود ← تندی کم می‌شود ← حرکت کندشونده
- نمودار سرعت-زمان موازی محور t باشد ← تندی ثابت می‌ماند ← حرکت یکنواخت

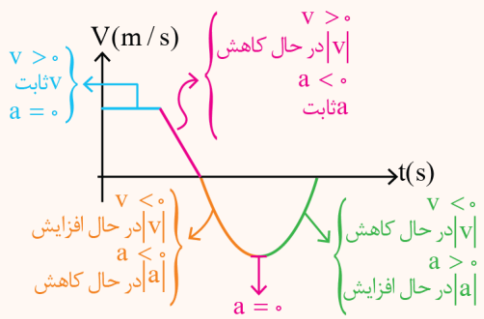
- نمودار سرعت-زمان صعودی ← $a > 0$ ← شتاب و نیرو در جهت محور x است.
- نمودار سرعت-زمان نزولی باشد ← $a < 0$ ← شتاب و نیرو خلاف جهت محور x است.
- نمودار سرعت-زمان افقی باشد ← $a = 0$ ← شتاب و نیرو صفر شده و متحرک درحال تعادل است.
- در مقاطع ماکسیمم و مینیمم نمودار سرعت-زمان ← $a = 0$ ← شتاب و نیرو تغییر جهت می‌دهد.

- نمودار سرعت-زمان در حال قائم شدن باشد ← اندازه شتاب افزایش
- نمودار سرعت-زمان در حال افقی شدن باشد ← اندازه شتاب کاهش
- نمودار سرعت-زمان خط راست افقی باشد ← اندازه شتاب ثابت

www.biomaze.ir

AzmonVIP

مثال:



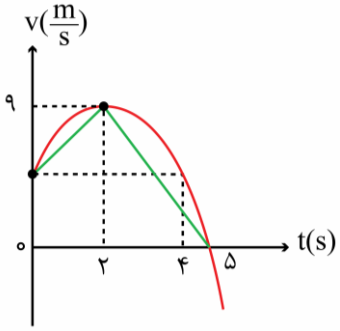
پاسخ تشریحی:

ابتدا دقت کنید که چون سرعت در لحظات $t = ۰$ و $t = ۴s$ برابر است، با توجه به تقارن سهمی، رأس سهمی در لحظهٔ $t = ۲s$ قرار دارد.

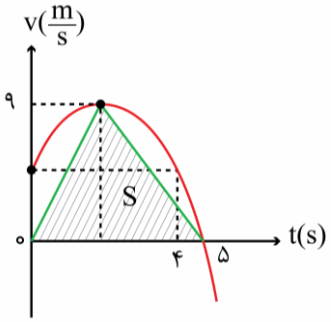
بررسی موارد:

الف: در ۵ ثانیهٔ اول، نمودار بالای محور افقی است و سرعت مثبت است؛ بنابراین متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند. (✓)

ب: اندازهٔ شیب خط واصل دو لحظهٔ $t = ۲s$ و $t = ۵s$، بزرگ‌تر از شیب خط واصل لحظهٔ $t = ۰$ و $t = ۲s$ است؛ بنابراین شتاب متوسط در بازهٔ $۲s < t < ۵s$ بزرگ‌تر است. (✗)



پ: مسافت طی‌شده در ۵ ثانیهٔ اول برابر مساحت زیر نمودار است. ما محاسبهٔ مساحت زیر سهمی را بلد نیستیم ولی به‌راحتی واضح است که این مساحت از ۱۴m بزرگ‌تر است. مثلاً اگر مساحت مثلث زیر را حساب کنیم، داریم:



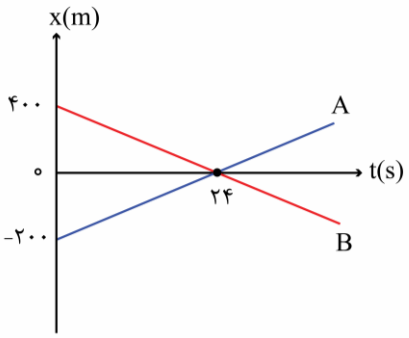
$$S = \frac{۹ \times ۵}{۲} = ۲۲/۵\,m$$

بنابراین مساحت زیر نمودار در ۵ ثانیهٔ اول، حتماً بزرگ‌تر از ۲۲/۵m است و این عبارت نادرست است. (✗)

ت: در ۲ ثانیهٔ اول، اندازهٔ شیب نمودار درحال کاهش است تا در لحظهٔ $t = ۲s$، برای یک لحظه شیب صفر می‌شود، پس اندازهٔ شیب دوباره شروع به افزایش می‌کند؛ بنابراین اندازهٔ شتاب ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. (✗)

گروه آموزشی ماز

۲۹- نمودار مکان-زمان ابتدای دو قطار مشابه A و B به طول ۲۰۰m، مطابق شکل زیر است. این دو قطار روی دو ریل مجاور در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. یک مسافر قطار A به مدت چند ثانیه قطار B را درحال عبور از کنار پنجرهٔ واگن خود می‌بیند؟



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۶

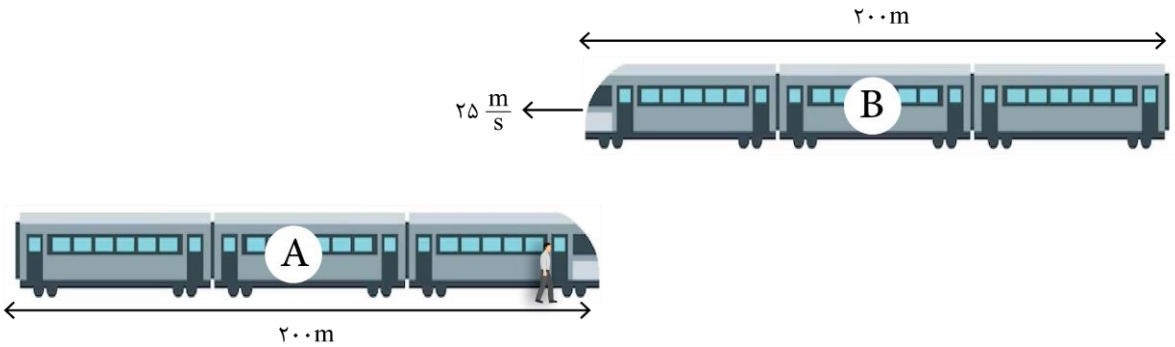
www.biomaze.ir

AzmonVIP

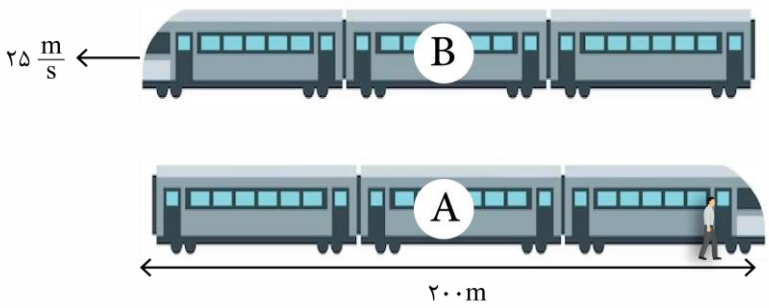
پاسخ: گزینهٔ ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

مطابق نمودار، فاصلهٔ ابتدای دو قطار در مدت ۲۴s از ۶۰۰m به صفر رسیده است؛ بنابراین در هر ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها $\frac{۶۰۰}{۲۴} = ۲۵m$ تغییر می‌کند و درنتیجه می‌توان فرض کرد که قطار A ساکن است و قطار B با تندی $۲۵\frac{m}{s}$ از کنار آن می‌گذرد. اگر فرض کنیم مسافر دقیقاً در ابتدا قطار A باشد، داریم:



در این لحظه، مسافر قطار A برای اولین بار قطار B را کنار خود می‌بیند.



در این لحظه، مسافر قطار A برای آخرین بار قطار B را کنار خود می‌بیند.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، قطار B در این مدت ۲۰۰m نسبت به A حرکت کرده و چون سرعت آن نسبت به A برابر $۲۵\frac{m}{s}$ است، مدت‌زمانی که مسافر قطار A، قطار B را درحال عبور از پنجرهٔ واگن می‌بینند، $\frac{۲۰۰}{۲۵} = ۸s$ است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- متحرک A در مبدأ زمان از حال سکون با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از مبدأ محور x در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیهٔ بعد، متحرک B با سرعت $۴\frac{m}{s}$ و شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ به‌دنبال متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد. در بازه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک درحال کاهش است، تندی متوسط A، ..... متر بر ثانیه ..... از تندی متوسط متحرک B است.

۱) $\sqrt{۳}$، کم‌تر
۲) $\sqrt{۳}$، بیش‌تر
۳) $۲\sqrt{۳}$، کم‌تر
۴) $۲\sqrt{۳}$، بیش‌تر

پاسخ: گزینهٔ ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

گام اول:

معادلهٔ مکان-زمان دو متحرک را می‌نویسیم:

$$x_A = \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A} t \Rightarrow x_A = t^۲$$

$$x_B = \frac{۱}{۲}a_B (t-۴)^۲ + v_{۰B}(t-۴) \Rightarrow x_B = \frac{۳}{۲}(t-۴)^۲ + ۴(t-۴) = \frac{۳}{۲}t^۲ - ۸t + ۸$$

AzmonVIP
www.biomaze.ir

گام دوم:

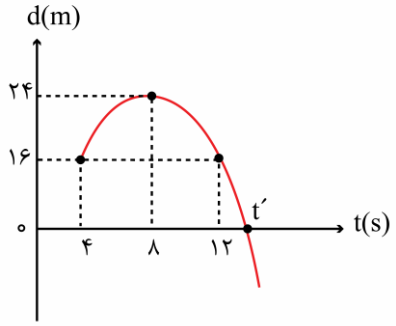
فاصلهٔ دو متحرک برابر است با:

$$\text{فاصله}: d=|x_A-x_B|=\left|t^{۲}-\left(\frac{۳}{۲}t^{۲}-۸t+۸\right)\right|=\left|\frac{-t^{۲}}{۲}+۸t-۸\right|$$

دقت کنید که معادلهٔ فوق برای $t \geq ۴s$ برقرار است، زیرا از لحظهٔ $t=۴s$، حرکت متحرک B بررسی می‌شود.

گام آخر:

نمودار فاصلهٔ دو متحرک را برحسب زمان رسم می‌کنیم:



$$\frac{-t^{۲}}{۲}+۸t-۸=\frac{-۱}{۲}(t-۸)^{۲}+۲۴$$

با قدر مطلق گرفتن، قسمت‌های پایین محور افقی به بالای محور منتقل می‌شوند.

$$d=\left|\frac{-۱}{۲}(t-۸)^{۲}+۲۴\right|$$

$$\xrightarrow{d=۰}\frac{-۱}{۲}(t'-۸)^{۲}+۲۴=۰$$

$$\Rightarrow (t'-۸)^{۲}=۴۸ \Rightarrow t'=۸+۴\sqrt{۳}s$$

مطابق شکل، در بازهٔ زمانی $t=۸s$ تا $t'=۸+۴\sqrt{۳}s$، فاصلهٔ دو متحرک درحال کاهش است. با توجه به این‌که هردو حرکت با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت انجام می‌شوند، تندی متوسط آن‌ها برابر با اندازهٔ سرعت متوسط آن‌ها در این بازه و برابر سرعت آن‌ها در وسط بازه، یعنی لحظهٔ $t''=\frac{۸+۸+۴\sqrt{۳}}{۲}=۸+۲\sqrt{۳}s$ است.

$$v_A=a_At=۲t \xrightarrow{t=۸+۲\sqrt{۳}s} v_A=۱۶+۴\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

$$v_B=a_B(t-۴)+v_{۰B}=۳(t-۴)+۴ \xrightarrow{t=۸+۲\sqrt{۳}s} v_B=۱۶+۶\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_A-v_B=-۲\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت متوسط A، $۲\sqrt{۳}\frac{m}{s}$ کم‌تر از سرعت متوسط B است. دقت کنید که چون تغییر جهت نداریم، تندی متوسط با مقدار سرعت متوسط برابر است.

جمع‌بندی آزمون: خب حالا بریم کل مباحث این آزمون رو به‌صورت نمودار درختی مرور کنیم...

حرکت‌شناسی

- **مفهوم اولیه حرکت**
  - مسافت طی‌شده و جابه‌جایی
  - معرفی نمودار مکان-زمان: برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نمودار مکان-زمان که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم درنظر می‌گیریم.
- **تندی و سرعت**
  - تندی متوسط: تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای است که برابر با نسبت مسافت پیموده‌شده به مدت‌زمان سپری‌شده است و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است. $s_{av} = \frac{L}{\Delta t}$
  - سرعت متوسط: کمیتی برداری است و برابر است با نسبت جابه‌جایی متحرک به مدت‌زمان سپری‌شده و یکای آن در SI، متر بر ثانیه است. $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
  - تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان-زمان: سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان-زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.
  - تعیین تندی متوسط به کمک نمودار مکان-زمان: برای به‌دست آوردن تندی متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان باید مسیر حرکت را روی محور عمودی دنبال کنید و با مجموع آن‌ها و تقسیم بر بازهٔ زمانی مدنظر، تندی متوسط را به‌دست آورید.
  - تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای: تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌نامند. اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.
  - تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان-زمان: اگر هنگام گزارش تندی لحظه‌ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، درواقع سرعت لحظه‌ای آن را که کمیتی برداری است بیان کرده‌ایم.
- **معرفی شتاب**
  - معرفی نمودار سرعت-زمان: در نمودار سرعت-زمان نقاطی که نمودار از محور t عبور می‌کند، تغییر جهت متحرک را نشان می‌دهند. توجه داشته باشید که صرفاً برخورد نمودار به محور t برای تغییر جهت کافی نیست و باید از آن عبور کند.
  - شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای: هرگاه سرعت جسمی تغییر کند، حرکت آن شتاب‌دار می‌شود. با توجه به این‌که بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است، تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تندی) جسم باشد، یا می‌تواند به‌دلیل تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد، یا همچنین می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد. $a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
  - حرکت تندشونده و کندشونده: حرکت تندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان افزایش می‌یابد. در حرکت تندشونده، حاصل‌ضرب سرعت در شتاب، مقداری مثبت است.
    حرکت کندشونده: حرکتی است که در آن اندازهٔ سرعت متحرک (صرف‌نظر از جهت حرکت) با گذشت زمان، کاهش می‌یابد. در حرکت کندشونده، حاصل‌ضرب سرعت و شتاب مقداری منفی است.
- **حرکت با سرعت ثابت**
  - معرفی حرکت با سرعت ثابت: در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است. شیب نمودار مکان-زمان متحرک در طول حرکت ثابت و درنتیجه سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است. $x = vt + x_0$
- **حرکت با شتاب ثابت**
  - معرفی حرکت با شتاب ثابت: اگر شتاب متحرک ثابت باشد (حواست باشه هم اندازه و هم جهتش ثابت باشه) آن‌گاه $a_{av} = a$ می‌شود. $v = at + v_0$
  - رابطهٔ مستقل از زمان: $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$
  - نمودار شتاب-زمان: در حرکت شتاب ثابت، نمودار شتاب-زمان خطی موازی محور t است.
- **معادلهٔ مکان-زمان در حرکت با شتاب ثابت**: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ یا $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

www.biomaze.ir

AzmonVIP